Università di Camerino – Facoltà di Scienze e Tecnologie

Corso di Laurea in Matematica e applicazioni
Corso di Laurea in Fisica

Anno Accademico 2011/2013

GEOMETRIA 1

prof. Riccardo Piergallini

Registro delle lezioni

Lezione 1. (6 marzo, 2 ore)

Considerazioni sugli "assiomi" di Euclide: definizione di punti, linee e superfici (nozione intuitiva di dimensione, cf. definizione induttiva di Poincaré), definizione di rette e piani, definizione di rette parallele; postulati come criteri di costruzione (di segmenti, rette, circonferenze, movimenti rigidi), postulato delle parallele come criterio per la costruzione dell'intersezione tra due rette (formulazioni equivalenti); nozioni comuni riferite al processo di "misura" (uso dei movimenti rigidi, finitezza della misura).

Lezione 2. (7 marzo, 2 ore)

Considerazioni sugli assiomi di Hilbert. Assiomi di appartenenza, interpretazione insiemistica. Assiomi di ordinamento lineare, semirette e segmenti, orientazioni delle rette. Assioma di Pash, semipiani, semispazi, angoli e triangoli, orientazioni dei piani. Poligonali e poligoni, teorema di separazione per le poligonali chiuse semplici.

Lezione 3. (13 marzo, 2 ore)

Assioma delle parallele, vettori applicati e vettori liberi. Assiomi di completezza, struttura vettoriale reale sull'insieme dei vettori liberi. Gruppi delle traslazioni, dilatazioni, affinità. Ascisse sulla retta, coordinate affini nel piano e nello spazio.

Lezione 4. (14 marzo, 2 ore)

Componenti dei vettori liberi e operazioni in termini di componenti. Equazioni/parametrizzazioni di rette/piani, equazioni delle traslazioni/dilatazioni/affinità. Azione delle affinità sui triangoli. Assiomi di congruenza, misura di segmenti e angoli, distanza euclidea, isometrie e similitudini, congruenza come relazione indotta dal gruppo delle isometrie.

Lezione 5. (19 marzo, 2 ore)

Prodotto scalare (bilinearità, simmetria e positività), norma di un vettore, angolo tra vettori, condizione di ortogonalità e teorema di Pitagora. Prodotto vettoriale e prodotto misto, aree e volumi generati da vettori, condizioni di allineamento e complanarità.

Lezione 6. (20 marzo, 2 ore)

Angoli orientati, operazioni con gli angoli orientati e loro misura nel piano euclideo. Coordinate cartesiane ortogonali, componenti di vettori e operazioni in componenti. Modello "reale" dello spazio euclideo (costruzione dei numeri reali). Cenno ai modelli di geometrie non euclidee.

Lezione 7. (21 marzo, 2 ore)

Equazioni parametrica e cartesiana della retta nel piano, condizioni di parallelismo e ortogonalità, angolo tra due rette, distanza di un punto da una retta. Punto medio e asse di un segmento. Circonferenze nel piano euclideo, intersezioni con rette e condizione di tangenza.

Lezione 8. (26 marzo, 2 ore)

Trasformazioni geometriche del piano in coordinate, cambiamenti di coordinate, coordinate polari. Curve del secondo ordine nel piano euclideo, coniche non degeneri (ellissi, iperboli e parabole) come luoghi geometrici e loro equazioni canoniche, realizzazione delle coniche come sezioni piane di un cono circolare, eccentricità di una conica.

Lezione 9. (27 marzo, 2 ore)

Equazioni parametriche e cartesiane di rette e piani nello spazio euclideo, condizioni di parallelismo e ortogonalità, complanarità di rette nello spazio. Sfere nello spazio euclideo, intersezioni con piani e rette, condizione di tangenza. Trasformazioni geometriche dello spazio in coordinate, cambiamenti di coordinate, coordinate cilindriche e sferiche.

Lezione 10. (28 marzo, 2 ore)

Quadriche nello spazio euclideo, coni e cilindri, ellissoidi/iperboloidi ottenuti come superfici di rotazione da ellissi/iperboli (e successive riscalature), paraboloidi ottenuti come superfici di traslazione da parabole. Intersezione di quadriche con rette e piani, quadriche ellittiche ed iperboliche (rigate).

Lezione 11. (3 aprile, 2 ore)

Campi, definizione e proprietà elementari. Campi dei numeri razionali e reali. Campo dei numeri complessi, rappresentazione nel piano di Gauss, teorema fondamentale dell'algebra, radici dell'unità. Spazi vettoriali, definizione, proprietà elementari ed esempi (lo spazio dei vettori liberi, spazi vettoriali numerici).

Lezione 12. (4 aprile, 2 ore)

Sottospazi vettoriali, sottospazio generato da un sottoinsieme, combinazioni lineari. Insiemi di generatori, indipendenza lineare, esistenza delle basi. Dimensione di uno spazio vettoriale, dimensione di sottospazi. Applicazioni lineari e isomorfismi.

Lezione 13. (10 aprile, 2 ore)

Immagine e nucleo di un'applicazione lineare, estensione lineare di un'applicazione definita su una base. Basi e coordinate lineari su uno spazio vettoriale. Intersezione e somma di sottospazi, relazione di Grassmann.

Lezione 14. (11 aprile, 2 ore)

Sottospazi trasversali e complementari, somma diretta. Prodotto di spazi vettoriali, isomorfismo tra prodotto e somma diretta. Quozienti di spazi vettoriali, teorema dell'omomorfismo, relazione tra la dimensione dell'immagine e quella del nucleo di un'applicazione lineare.

Lezione 15. (17 aprile, 2 ore)

Spazio duale, basi duali, isomorfismo con il duale nel caso finito dimensionale, applicazione trasposta. Annullatore di un sottospazio, equazioni di sottospazi in coordinate lineari, dualità lineare.

Lezione 16. (18 aprile, 2 ore)

Spazi di applicazioni lineari, espressione di un'applicazione lineare in coordinare lineari, endomorfismi e autormorfismi, gruppo lineare generale. Forme bilineari su uno spazio vettoriale, forme bilineari simmetriche e antisimmetriche, forme quadratiche associate, forma polare.